



IDEA - INDICADOR DE DESIGUALDADES E APRENDIZAGENS
NOTA TÉCNICA

José Francisco Soares
Erica Rodrigues Castilho
Mauricio Ernica

JUNHO 2019

IDeA - Indicador de Desigualdades e Aprendizagens

Nota Técnica¹

José Francisco Soares

Erica Rodrigues Castilho

Mauricio Ernica

Por que um Indicador de Desigualdades e Aprendizagens?

A construção do *Indicador de Desigualdades e Aprendizagens* (IDeA) foi motivada pela convicção de que a defesa do direito à educação requer instrumentos para verificar sua realização. Com esses instrumentos, é possível coletar dados que permitem à sociedade tanto descrever e explicar sua realidade educacional, identificando avanços e desafios, quanto formular políticas públicas adequadas aos seus objetivos.

Direito à educação: definição

Os instrumentos de verificação do direito à educação são construídos a partir do modo como esse direito é definido e, portanto, da realidade que se deseja ver realizada. O IDeA baseia-se na Constituição Federal de 1988, que define a educação como um direito universal².

Em sua formulação mais geral, o direito à educação é definido pelo acesso à educação de qualidade. Entretanto, uma vez que a expressão “educação de qualidade” comporta uma grande variação de interpretações, não necessariamente compatíveis, é preciso defini-la com o máximo de precisão.

- 1 Este documento expressa as contribuições específicas de seus autores: José Francisco Soares, Professor Emérito da UFMG, que concebeu o IDeA e liderou seu desenvolvimento; Erica Castilho Rodrigues, professora do Departamento de Estatística da UFOP, que integrou a equipe de pesquisadores, sendo corresponsável pelo desenvolvimento do IDeA; Mauricio Ernica, professor da Faculdade de Educação da Unicamp, conselheiro consultivo da Fundação Tide Setubal, que coordenou e integrou a equipe que desenvolveu o IDeA. Os autores agradecem a Victor Maia Senna Delgado (UFOP), que integrou a equipe de pesquisadores nas etapas iniciais do projeto.
- 2 Na Constituição Federal, em seu artigo 205, esse direito é assim definido: “a educação, direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, visando ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho” (BRASIL, 1988).

O aprendizado dos saberes escolares ocupa um lugar central na definição do direito à educação, sendo uma das dimensões que explicitam sua realização³.

Considerando que esses aprendizados ocorrem no curso da escolarização e que a escolarização é um processo de longa duração, o direito à educação estará atendido se, e somente se, em idade adequada, cada pessoa:

1 – tiver acesso à matrícula escolar;

2 – permanecer matriculada e realizar trajetória escolar regular durante a educação básica obrigatória⁴;

3 – tiver adquirido, ao final da escolarização básica obrigatória, os aprendizados necessários para se apropriar da cultura, ingressar e progredir no mundo do trabalho, exercer a cidadania e possuir meios para dar continuidade aos seus estudos.

Direito à educação: medidas

O Brasil já possui um amplo sistema de dados para a verificação do direito à educação.

Para verificar a primeira dimensão do direito, o acesso à escola, o melhor indicador é a taxa líquida de matrícula para diferentes faixas etárias, calculada em nível municipal, o que pode ser feito com os dados do Censo Demográfico, realizado a cada dez anos. Para os estados e algumas regiões metropolitanas, essa taxa pode ser calculada anualmente com os dados da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD). Por meio dessas informações, sabemos que os problemas de acesso se restringem à Educação Infantil, que ainda não está universalizada, mesmo que progressos substanciais tenham sido observados nos últimos anos, e sabemos também que há um

3 A centralidade dos saberes na definição do direito à educação está presente no debate internacional. Por exemplo, na declaração Educação 2030 da UNESCO, que define o marco de ação para a realização do Objetivo de Desenvolvimento Sustentável 4, relativo à educação, que é: “assegurar a educação inclusive e equitativa de qualidade e promover oportunidades de aprendizagem ao longo da vida para todos”. As aprendizagens ocupam lugar central, ainda, na construção das medidas de equidade em educação desenvolvidas pela UNESCO (2018) em seu *Handbook on Measuring Equity in Education*. No Brasil, está presente, por exemplo, na Base Nacional Comum Curricular (BNCC): <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>

4 A educação básica obrigatória é definida, na Constituição Federal, em seu artigo 208, inciso I, que estipula o dever do Estado com a educação: “educação básica obrigatória e gratuita dos 4 (quatro) aos 17 (dezessete) anos de idade, assegurada inclusive sua oferta gratuita para todos os que a ela não tiveram acesso na idade própria” (BRASIL, 1988).

grande problema de abandono, que se inicia no segundo segmento do Ensino Fundamental e se torna mais agudo no Ensino Médio⁵.

Para verificar a segunda dimensão do direito à educação, a permanência na escola e a realização de trajetória escolar regular durante a educação básica obrigatória, são necessárias informações sobre a trajetória escolar dos estudantes. Espera-se que haja correspondência entre o ano de vida e o ano escolar em que cada aluno está matriculado. Por isso, a trajetória escolar de um estudante será regular se sua idade for a esperada no ano-escolar em que está matriculado. Trajetórias marcadas por repetência, abandono ou evasão são indesejáveis.

As informações publicadas sobre essa segunda dimensão do direito à educação são as taxas de reprovação e abandono. Os dados para a observação das trajetórias dos estudantes podem ser obtidos pelo Censo da Educação Básica, realizado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), mas ainda não estão completamente disponíveis para pesquisa. Analisando os dados disponíveis, sabemos que o abandono e a reprovação crescem principalmente a partir do 6º ano do Ensino Fundamental, sendo ainda maiores no Ensino Médio⁶.

Quanto à terceira dimensão do direito à educação, os aprendizados, é preciso fazer uma distinção inicial. Há aprendizados cognitivos e não cognitivos. Apesar da importância amplamente aceita dos aprendizados não cognitivos, não é consensual no debate pedagógico que eles possam ou devam ser medidos. Assim, os dados existentes se concentram em alguns aprendizados cognitivos, medidos por provas padronizadas de larga escala. A mais importante delas é a Prova Brasil, que avalia aprendizados de

5 As taxas líquidas de matrícula no país, em 2018, são as seguintes: 81,4% das crianças de 4 e 5 anos estavam matriculadas em escolas ou creches; 98,4% das pessoas de 6 a 14 anos estavam matriculadas ou já haviam completado o Ensino Fundamental; e 55,3% dos jovens de 15 a 17 anos estavam matriculados no Ensino Médio ou já haviam completado a educação básica. Cf. <http://simec.mec.gov.br/pde/graficopne.php>. Consultado em 28/05/2019.

6 As metas 1, 2 e 3 do Plano Nacional de Educação (PNE), vigente até 2024, dizem respeito a essas duas dimensões do direito à educação. Informações sobre seu cumprimento estão disponíveis em: <http://simec.mec.gov.br/pde/graficopne.php>

São elas:

Meta 1: “universalizar a Educação Infantil na pré-escola para as crianças de 4 a 5 anos de idade e ampliar a oferta de Educação Infantil em Creches de forma a atender, no mínimo, 50% das crianças de até 3 anos até o final da vigência deste PNE.”

Meta 2: “universalizar o Ensino Fundamental de 9 anos para toda a população de 6 a 14 anos e garantir que pelo menos 95% dos alunos concluam essa etapa na idade recomendada, até o último ano de vigência deste PNE.”

Meta 3: “universalizar o atendimento escolar para toda a população de 15 a 17 anos e elevar, até o final do período de vigência deste PNE, a taxa líquida de matrículas no Ensino Médio para 85%.”

Língua Portuguesa (leitura) e Matemática (resolução de problemas). Desde 2005 essa prova é realizada bienalmente por todas as escolas públicas do país com pelo menos 30 matriculados nas séries finais do primeiro e do segundo segmentos do Ensino Fundamental.

Desde 2005, têm sido desenvolvidos no Brasil indicadores que sintetizam, de formas diferentes, duas dimensões essenciais do direito à educação: a permanência e o aprendizado. O mais importante deles é o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), que se tornou a bússola da educação básica brasileira⁷. Um conjunto de alunos com um IDEB baixo não tem seu direito à educação atendido.

O IDEB tem bastante importância no debate educacional do país porque sinaliza claramente um ideal educacional que se quer realizado no Brasil: uma situação na qual todos tenham trajetória regular durante sua permanência na escola e na qual todos aprendam o que deveriam aprender. Entretanto, o IDEB tem limitações. Uma delas é que a avaliação do sistema educacional apenas com um indicador global de aprendizado, baseado em médias, não permite observar as desigualdades educacionais existentes entre grupos sociais⁸.

Exclusão educacional por baixo nível e por desigualdades de aprendizagem

O IDEB produz informações sobre a terceira dimensão do direito à educação: a aprendizagem. Ele a aborda explicitando duas maneiras pelas quais o direito à educação deixa de ser atendido.

A primeira, *a exclusão pelo baixo nível de aprendizagem*, é aquela em que os estudantes não aprenderam o que deveriam ter aprendido.

A segunda, *a exclusão pela desigualdade de aprendizagem*, é aquela em que indivíduos de um grupo social aprenderam menos que os indivíduos de outro grupo,

7 As metas 5 e 7 do Plano Nacional de Educação (PNE) dizem respeito a essa dimensão do direito à educação. Informações sobre seu cumprimento estão disponíveis em: <http://simec.mec.gov.br/pde/graficopne.php>

São elas:

Meta 5: “Alfabetizar todas as crianças, no máximo, até o final do 3º (terceiro) ano do ensino fundamental.”

Meta 7: “Fomentar a qualidade da educação básica em todas as etapas e modalidades, com melhoria do fluxo escolar e da aprendizagem de modo a atingir as seguintes médias nacionais para o IDEB: 6,0 nos anos iniciais do ensino fundamental; 5,5 nos anos finais do ensino fundamental; 5,2 no ensino médio.”

8 Para uma análise dos pressupostos do IDEB e de suas consequências, cf. SOARES; XAVIER (2013).

tendo, por isso, menores chances de ocupar posições socialmente valorizadas e se apropriar de riquezas produzidas na sociedade.

A verificação do direito à educação requer a observação, concomitantemente, dessas duas modalidades de exclusão educacional. Afinal, não são desejáveis nem as situações de baixo nível de aprendizagem, ainda que com baixa desigualdade, nem as situações de desigualdade educacional, nas quais, enquanto um grupo social tem aprendizagem alta, outro tem aprendizagem baixa.

O debate educacional brasileiro tem se concentrado na verificação da aprendizagem do conjunto dos estudantes que chegam às séries finais dos segmentos da educação básica, produzindo informações muito relevantes, amplamente utilizadas para o planejamento educacional. Contudo, em especial a segunda modalidade de exclusão educacional, a das desigualdades educacionais entre grupos, não tem ocupado lugar central nos debates educacionais brasileiros, inclusive por falta de indicadores sintéticos.

O IDeA trata das duas modalidades de exclusão educacional, abordando-as ao mesmo tempo e com a mesma metodologia. Para isso, por um lado verifica a distância da distribuição observada da aprendizagem de uma população em relação a uma distribuição de aprendizagem usada como referência desejável no atual momento do país. Por outro, verifica as desigualdades de aprendizagem entre grupos no interior dessa população, medindo-as pelas distâncias entre as distribuições de aprendizagem de cada um desses grupos.

Desigualdades de aprendizagem: definição e medida

A fim de analisar se há ou não desigualdade de aprendizagem, tomaremos como unidade de análise grupos de estudantes definidos por atributos sociais explicativos de resultados educacionais. Chamaremos de desigualdades educacionais as diferenças entre as distribuições de resultados educacionais de grupos de estudantes definidos por seu nível socioeconômico, sua raça e/ou seu gênero⁹.

Indivíduos não foram tomados como unidade de análise porque é impossível, e mesmo indesejável, que se verifique a igualdade absoluta de aprendizagem entre todos os indivíduos. Entre indivíduos, pode haver diferenças de aprendizagem que não

9 Esses três atributos sociais são amplamente abordados nos estudos sobre desigualdades educacionais. Não à toa, Norberto Bobbio (1993, p. 93) nomeia classe social, raça e gênero como as três fontes principais de desigualdade.

caracterizam desigualdades, mas sim variações esperadas e, sob certas condições, aceitáveis¹⁰. No entanto, diferenças de aprendizagem entre as distribuições de grupos de estudantes definidos por esses atributos sociais não são aceitáveis, uma vez que elas indicam que pertencer a um dado grupo modifica a chance do conjunto dos seus indivíduos aprenderem mais ou menos.

Qualidade de aprendizagem: definição e medida

A definição do nível da aprendizagem também foi estabelecida considerando como unidade de análise um conjunto de alunos. Entretanto, nesse caso, a medida foi calculada para a totalidade dos estudantes de uma unidade política ou administrativa de interesse¹¹, sem que eles fossem subdivididos em grupos sociais. A medida do nível da aprendizagem desse conjunto de estudantes é definida pela distância entre a distribuição da aprendizagem desse conjunto de estudantes observados e uma distribuição da aprendizagem que foi tomada como referência.

Para o cálculo da distribuição de referência, adotamos procedimentos metodológicos análogos aos usados na definição das metas do IDEB¹². Inicialmente, foi calculada a mudança que deveria acontecer na distribuição da aprendizagem do conjunto dos estudantes brasileiros no Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) para que o país obtivesse o desempenho equivalente ao de um país típico da Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OECD). Em seguida, a mudança que seria necessária para que o desempenho dos estudantes brasileiros fosse igual ao desempenho dos estudantes de um país típico da OECD foi

10 A partir da segunda metade do século XX, predominam, no debate sobre justiça distributiva, os esforços para definir quais desigualdades são inaceitáveis, portanto injustas, e quais são aceitáveis (Cf. LESEUR, 2005, e KYMLICKA, 1999, para exposições gerais desse debate). Em *Equality of Opportunity*, John E. Roemer (1998) propõe que sejam consideradas injustas as desigualdades de resultados verificadas entre grupos da população definidos por atributos explicativos desses resultados, atributos pelos quais os indivíduos não podem ser responsabilizados. Ele chama esses grupos de tipo: “a *type* comprises the set of individuals with the same circumstances, where *circumstances* are those aspects of one’s environment (including, perhaps, one’s biological characteristics) that are beyond one’s control, but that also influence the outcomes of interest” (ROEMER, TRANNOY, 2016, p. 1293). A UNESCO (2018) apresenta de modo abrangente esse debate, sendo que problematiza a aplicação direta desse princípio da igualdade de oportunidades para a educação básica, sobretudo em suas etapas iniciais, questão que retomaremos mais à frente.

11 O IDEB foi calculado primeiramente para municípios. Ele pode ser calculado para unidades maiores, como estados, macrorregiões e para o país. No caso de municípios com população grande, pode ser calculado por unidades intraurbanas, como distritos.

12 Sobre a construção do IDEB, cf. FERNANDES (2007). Sobre a distribuição de referência, cf. SOARES e DELGADO (2016).

aplicada à distribuição da aprendizagem do conjunto dos estudantes brasileiros medida pela Prova Brasil. A distribuição assim obtida foi considerada a referência e, portanto, uma meta adequada para este momento da história do país¹³.

A partir da distribuição de referência, é possível estipular o patamar de desempenho abaixo do qual se pode caracterizar uma situação de exclusão educacional por baixo nível de aprendizagem para o conjunto de estudantes observados, qualquer que seja a desigualdade no interior desse conjunto.

O Indicador de Desigualdades e Aprendizagens: definição

O IDeA está orientado, portanto, por uma ideia de valor que combina uma medida de desigualdade de aprendizagem entre grupos sociais específicos e uma medida do nível da aprendizagem da totalidade dos estudantes. Idealmente, deseja-se ver realizadas situações que atendam às duas condições, simultaneamente: por um lado, que as distribuições da aprendizagem dos grupos sociais sejam iguais, aceitando-se, porém, sob certas condições, diferenças na aprendizagem entre indivíduos no interior dos grupos; por outro lado, que a distribuição da aprendizagem da totalidade dos alunos observados seja igual ou superior à distribuição de referência.

Situações diferentes dessas caracterizam alguma forma de exclusão educacional, são injustas e, portanto, devem ser corrigidas. O indicador pretende evidenciar tais situações para que elas sejam formuladas e assumidas como problemas sociais, explicadas e se tornem objeto de ações transformadoras.

Diferenças de aprendizagem aceitas pelo IDeA

Uma vez que o IDeA valoriza distribuições de aprendizagem consideradas desejáveis ao país, ele considera aceitáveis certas diferenças nas aprendizagens entre indivíduos. Porém, só se elas satisfizerem duas condições.

A primeira condição é que essas diferenças devem ser restritas aos indivíduos no interior dos grupos formados por características sociais explicativas da variação da aprendizagem, não sendo aceitas desigualdades entre as distribuições de aprendizagem

13 Este procedimento não assume que os aprendizados no PISA e na Prova Brasil sejam iguais ou equivalentes. Ele assume tão somente que o tamanho da defasagem do conjunto dos alunos brasileiros no PISA é uma medida adequada da melhoria que a distribuição do aprendizado dos estudantes brasileiros deveria ter na Prova Brasil.

desses grupos¹⁴. Isto é, o conceito de igualdade deve ser usado para analisar resultados de aprendizagem entre grupos de estudantes, não entre pessoas específicas. Chamaremos de equidade a situação que satisfaz essa condição; ou seja, a situação de igualdade entre as distribuições de aprendizagem de dois grupos assim formados.

A segunda condição é que as diferenças de aprendizagem entre indivíduos no interior dos grupos só são aceitáveis se a produção de indivíduos com alto desempenho escolar estiver acompanhada da maximização do desempenho das pessoas com desempenho menor e também da universalização de um patamar mínimo de proficiência que permita aos indivíduos aproveitar as oportunidades sociais que requerem educação escolar. Chamaremos de nível de excelência de aprendizagem a situação que satisfaz essa condição; ou seja, a situação na qual a distribuição da aprendizagem dos alunos observados é próxima ou superior à distribuição de referência de aprendizagem que foi assumida para análise normativa.

Em suma, a existência de alguns indivíduos com desempenho escolar mais alto no interior dos grupos pode ser aceita se essa situação, em primeiro lugar, não caracterizar desigualdade entre grupos e, em segundo lugar, se ela estiver associada tanto à maximização do desempenho dos indivíduos com desempenho menor, quanto à universalização de um patamar mínimo de aprendizagem que permita aos indivíduos se beneficiar das oportunidades sociais que requerem a educação escolar¹⁵.

Pressupostos estatísticos do IDeA

A ampla difusão de medidas de desigualdade de renda sugere que elas podem ser usadas para medir desigualdades de aprendizagem escolar. No entanto, o emprego dessas metodologias para medir aprendizagens não é adequado.

As medidas de desigualdade de renda, como o coeficiente de Gini ou o índice de Theil, sintetizam a distância entre uma situação observada e uma distribuição de renda igualitária – na qual todos têm a mesma renda. Essas medidas assumem, implicitamente,

14 UNESCO (2018) chama essa situação de imparcialidade, não de equidade, para evitar a responsabilização individual suposta nas teorias da igualdade de oportunidades, que não seria adequada à educação básica. Esse argumento é importante. No entanto, o próprio *Handbook* (UNESCO, 2018, p. 26) afirma que a noção de imparcialidade corresponde ao que outros autores chamam de equidade, termo pelo qual optamos por estar consagrado no debate.

15 De maneira consonante ao proposto pela UNESCO (2018), nossa formulação das diferenças de aprendizagem aceitáveis mobiliza mais de um critério de justiça, que são, em nosso caso: equidade (imparcialidade, nos termos do *Handbook*), padrões mínimos e o princípio maximin.

três pressupostos: o primeiro é que a distribuição observada deve ser comparada com uma distribuição perfeitamente igualitária; o segundo é que há uma quantidade total e fixa de renda que está sendo distribuída entre indivíduos; o terceiro é que pode haver transferência de quantidades de renda de um indivíduo para outro, diminuindo a renda dos que concentram mais para aumentar a dos que concentram menos, de modo a serem produzidas situações menos desiguais.

Esses pressupostos, contudo, não podem ser assumidos para a realidade educacional. Em primeiro lugar porque, como argumentamos anteriormente, há diferenças de aprendizagem que podem ser aceitas. Em segundo lugar porque, no campo educacional, não faz sentido supor uma quantidade total e fixa de conhecimento a ser dividida. Em terceiro lugar porque, quando uma pessoa reparte seu conhecimento com outra, ela não passa a conhecer menos do que conhecia antes, não se torna mais “pobre” em conhecimento.

Assim, para medir desigualdades de aprendizagem, é preciso construir indicadores adequados à realidade educacional. Isto é, aceitando três novos pressupostos: em primeiro lugar, que a distribuição de referência assumida para avaliação normativa aceite diferenças de escores de aprendizagem; em segundo lugar, que o conhecimento é virtualmente infinito e variável; em terceiro lugar, que a transferência de conhecimento não implica redução do conhecimento daquele que o transferiu.

Para empregar a metodologia do coeficiente de Gini ou do índice de Theil para desigualdades educacionais, é necessário que os três pressupostos do fenômeno educacional sejam aceitos ao mesmo tempo. Isso não é possível no caso do coeficiente de Gini, que compara uma distribuição observada como uma distribuição igualitária, sem permitir que a distribuição de referência seja alterada de modo a aceitar alguma diferença entre escores individuais.

O índice de Theil também pode ser considerado como a distância entre duas distribuições, a observada e uma distribuição uniforme discreta, que representa uma situação de igualdade. Sua expressão é dada por:

$$T_{Theil} = \sum_{i=1}^n p_i \log(p_i) - \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \log\left(\frac{1}{n}\right)$$

onde p_i é a proporção da renda que o i -ésimo indivíduo recebe e n é o número de pessoas na população. O primeiro termo dessa expressão é a entropia da distribuição de renda observada e o segundo termo é a entropia da distribuição de renda igualitária.

O índice de Theil, empregado para medir distribuição de renda, é calculado no domínio das pessoas; ou seja, trata da distribuição da renda entre pessoas. No IDeA, para tratar da distribuição de aprendizagem, foi mantida a forma de medir distância entre distribuições implícita no índice de Theil, mas houve uma mudança no domínio da informação analisada: passamos a tratar o domínio dos escores, ao invés do domínio das pessoas; ou seja, tratamos da distribuição de pessoas em escores de aprendizagem.

A mudança de domínio tem uma consequência importante nos valores do indicador, pois permite que não seja suposta uma quantidade finita de conhecimento a ser distribuída, o que é o caso quando se considera o domínio das pessoas. Ao serem comparadas distribuições de probabilidades de escores de aprendizagem, pode-se supor que as pessoas possam ter seus escores aumentados, sem que outras tenham sua aprendizagem reduzida.

Para calcularmos o IDeA, mantivemos o princípio subjacente ao índice de Theil, a diferença de entropia entre duas distribuições de probabilidade, mas com duas mudanças simultâneas. Além de ele ser calculado no domínio dos escores, foi assumida como referência uma situação na qual os escores têm probabilidades diferentes. Com isso, asseguramos que os três pressupostos para uma medida de desigualdade de aprendizagem fossem contemplados simultaneamente.

A medida usada para calcular o IDeA é divergência de Kullback-Leibler, uma generalização do índice de Theil. Saliente-se que essa medida foi usada tanto para medir o nível de excelência da aprendizagem – ou seja, a distância entre uma distribuição observada de aprendizagem e a distribuição de referência –, quanto para medir a equidade – ou seja, a distância entre a distribuição de aprendizagem de dois grupos.

As medidas que compõem o IDeA

O IDeA foi calculado para os municípios brasileiros, restringindo-se à descrição da aprendizagem dos indivíduos que concluíram as etapas de escolarização analisadas: o primeiro e o segundo segmentos do Ensino Fundamental¹⁶. Por isso, é um indicador intraescolar, não fornecendo informações sobre aqueles que saíram do sistema de ensino ou que não chegaram a concluir o segmento, mesmo tendo idade para tanto.

Foram usadas informações da Prova Brasil de 2007 até 2015. Com elas, calculamos duas medidas:

16 Sobre os aspectos metodológicos do IDeA, cf. SOARES, CASTILHO; DELGADO (2018).

1 – A medida de excelência da aprendizagem, isto é, do nível de aprendizagem do conjunto dos estudantes do município observado, definida pela distância entre a distribuição da aprendizagem observada desses estudantes e a distribuição de referência;

2 – A medida de equidade, isto é, a distância entre as distribuições de desempenho de grupos de estudantes definidos por características sociais selecionadas: nível socioeconômico, raça e sexo.

A construção das amostras

A qualidade das medidas que compõem o IDeA depende do tamanho das amostras de alunos dos municípios. Afinal, a partir dessas amostras são inferidas as distribuições de desempenho a serem usadas para calcular as distâncias, tanto as que gerarão as medidas de aprendizagem, como as que gerarão as medidas de desigualdade.

Quando as amostras disponíveis são pequenas, as estimativas tornam-se precárias, já que a informação produzida por elas não permite representar bem a distribuição da totalidade dos alunos. Essa situação é comum em municípios com população pequena, sendo ainda mais frequente quando se quer comparar desigualdades entre grupos dentro de municípios.

Assim, definimos tamanhos mínimos para nossas amostras. Para a construção das distribuições para medir as aprendizagens do conjunto dos estudantes do município, adotamos como amostra mínima 100 alunos. Já para o cálculo das desigualdades intramunicipais, definimos o tamanho mínimo de 75 alunos para a amostra de cada grupo.

Nos municípios nos quais as amostras eram menores que esses valores mínimos, utilizamos a técnica de imputação de dados para agregar a eles informação externa, porém similar àquela disponível, de modo a gerar amostras maiores. Concretamente, aos casos dos municípios em que havia poucos estudantes, foram agregados estudantes de outros municípios, similares ao município de interesse, isto é: municípios que pertencem à mesma macrorregião do país, que apresentam desempenho médio na Prova Brasil de Matemática ou Língua Portuguesa próximos aos do município analisado (com diferença inferior a 5 pontos) e com nível socioeconômico médio dos alunos também parecidos com o desse município (diferença menor que um desvio padrão).

Foram agregados tantos municípios similares quantos foram necessários para que um conjunto de pelo menos 1000 alunos fosse composto. Nesse conjunto, selecionamos, de maneira aleatória, a quantidade de alunos necessários para completar o número de

alunos que faltavam para que o município pudesse ter as amostras mínimas: ou seja, 100 estudantes para as medidas de aprendizagem e 75 para as medidas de desigualdade.

Uma vez asseguradas a todos os municípios as amostras mínimas, o IDEa foi, então, calculado. Cabe ressaltar que, no caso dos municípios em que a amostra original era muito pequena, os valores calculados sobre eles são fortemente dependentes do processo de imputação, estando sujeitos a maiores flutuações aleatórias¹⁷.

Medidas de nível de aprendizagem: a construção da escala de 0 a 10

A escala original das medidas de aprendizagem, resultante da metodologia estatística, tem muitos valores negativos e sem significado evidente. Com o objetivo facilitar a interpretação dessa medida de nível de aprendizagem, a escala original foi transformada em outra escala de interpretação mais intuitiva, com valores entre 0 e 10.

A fim de assegurar que os valores máximo e mínimo da nova escala fossem independentes do conjunto de dados observados, expressando parâmetros mais gerais, procedemos da seguinte maneira. Inicialmente, foram simuladas muitas distribuições de aprendizagem da família lognormal cujas médias na Prova Brasil variavam entre 100 e 500; ou seja, entre os seus limites inferior e superior da escala dessa prova. A flexibilidade da distribuição lognormal permite que sejam geradas distribuições com diferentes padrões de assimetria, característica geralmente observada nas distribuições de proficiência. Sendo assim, nas simulações feitas, contemplamos todo o domínio das médias de desempenho dos estudantes e uma grande variedade de formatos de distribuição de densidades. Ao todo, foram simuladas 2.000 distribuições para cada média, com amostras de 10.000 alunos cada, sendo 1.000 distribuições com assimetria negativa e outras 1.000 com assimetria positiva. Em seguida, para cada uma dessas distribuições foi calculada sua distância em relação à distribuição de referência da aprendizagem de Matemática. Esses valores empíricos da distância em relação à distribuição de referência foram assumidos, portanto, como uma boa representação dos valores que essa medida pode assumir em qualquer contexto educacional medido pela Prova Brasil, tanto em Língua Portuguesa como em Matemática, tanto no 5º como no 9º anos¹⁸.

17 Na divulgação dos resultados por município, informamos quando os valores foram calculados por imputação.

18 Foram realizados testes para confirmar a pertinência do uso da mesma escala gerada para o 5º e o 9º anos.

Posteriormente, os valores das distâncias geradas por essa simulação foram transformados em uma escala logarítmica. Para isso, calculamos o logaritmo do negativo dos valores originais, quando eram números negativos. Os números positivos foram descartados. Os valores mínimo e o máximo encontrados foram assumidos como os extremos da escala.

O próximo passo foi a conversão em escala logarítmica dos valores das distâncias calculadas originalmente para os municípios. Do mesmo modo, calculamos o logaritmo do negativo dos valores originais, quando eram números negativos. Quando os valores originais eram números positivos – isto é, expressando que as distribuições de aprendizagem superavam a referência – esses valores assumiram o valor máximo. Por fim, a escala logarítmica foi transformada linearmente em uma escala de 0 a 10, adotando-se os extremos anteriormente encontrados.

Medidas de aprendizagem: a construção das faixas de interpretação

Apesar da escala variar entre números de 0 a 10, ela não pode ser interpretada com a metáfora das notas escolares. Assim, foi necessário construir faixas interpretativas.

Para isso, inicialmente, utilizamos os níveis de proficiência dos alunos que possuem interpretação pedagógica: abaixo de básico, básico, adequado e avançado. Em seguida, foram definidas cinco faixas interpretativas da escala de 0 a 10 – baixo, médio-baixo, médio, médio-alto e alto – pelo seguinte procedimento.

Primeiramente, calculamos para cada município a proporção de seus alunos em cada um dos níveis de proficiência. Em seguida, essa informação foi usada para agrupar os municípios em 5 grupos, utilizando-se a técnica de construção de conglomerados k-means. Os valores da escala usados para definir as faixas foram os valores dos percentis 95% de cada um desses cinco grupos. Deve-se ter em mente que essas faixas dependem dos dados observados.

Os valores que definem as faixas são os seguintes:

Nível de aprendizagem	de	Limite inferior	Limite superior
Alto		4,8	10
Médio-alto		3,8	4,8
Médio		2,9	3,8
Médio-baixo		2	2,9

Medidas de desigualdades: escala e categorias interpretativas

Para o caso das medidas de desigualdades, mantivemos a escala de valores calculados a partir da distância entre grupos. Não há, entretanto, para as desigualdades, um valor externo que sirva de referência. Nesse caso, a referência existente é o “zero”, que caracteriza a igualdade perfeita entre as distribuições dos grupos que estão sendo comparados. Sendo assim, as classes interpretativas das medidas de desigualdade foram estipuladas, usando-se os dados observados.

Primeiramente, determinamos os valores que definem, para cada marcador de desigualdade, o intervalo em torno do “zero” que adotamos para caracterizar as situações de equidade. Para isso, estimamos o valor da distância entre distribuições que equivale a uma diferença entre os grupos igual a 5 pontos na escala da Prova Brasil de Língua Portuguesa e de Matemática¹⁹. Encontramos esse valor a partir de uma regressão linear, cuja variável resposta é a distância entre as distribuições e variável explicativa, a diferença das médias dos grupos analisados. Assim, o valor da distância encontrado é aquele para o qual, no modelo linear, a distância entre as médias é igual a 5. Esse valor é diferente para cada um dos tipos de desigualdade considerados.

Feito isso, em função do padrão das desigualdades, trabalhamos separadamente com NSE e raça de um lado e com o gênero de outro. No caso de NSE e raça, identificamos situações atípicas, pois o padrão de desigualdade encontrado contraria o que seria esperado, considerando-se a literatura da área. São situações atípicas aquelas em que a distância assume valores positivos, indicando por um lado que alunos de NSE mais baixo têm desempenho maior do que alunos de NSE alto e, por outro, que o conjunto de estudantes pretos está concentrado em níveis de aprendizagem superiores ao dos estudantes brancos.

Para gênero, adotamos apenas duas categorias: equidade e desigualdades. Para NSE e raça, como as desigualdades são mais pronunciadas, precisamos definir faixas interpretativas para as desigualdades. Há uma diferença nas categorias usadas para essas desigualdades no 5º e no 9º ano. Para o 5º ano, as desigualdades foram agrupadas, pela ordem: desigualdade, desigualdade alta e desigualdade extrema. Para o 9º ano, adotamos duas faixas de desigualdade: desigualdades e desigualdades altas. Essas faixas

19 Grosso modo, cada ano escolar equivale a 20 pontos na escala da Prova Brasil.

foram encontradas por análise de clusters, usando-se o método k-means. Como os clusters gerados estavam bem separados, foi possível encontrar valores que definem as faixas a partir dos pontos mínimo e máximo de cada um deles.

Observações sobre os municípios para os quais não foi calculado o IDeA

O IDeA foi calculado para os municípios brasileiros; entretanto, nem todos eles puderam ser analisados, nem mesmo utilizando a técnica de imputação de dados²⁰. Nesta nota, apresentaremos aqueles para os quais não foi possível calcular o IDeA e as razões para isso.

O IDeA utiliza dados da Prova Brasil de 2007 a 2015. Nesse período, o número de municípios do país aumentou. Em 2000, havia 5507 municípios no país, incluídos nesse número o Distrito Federal (Brasília, DF) e um Distrito Estadual (Fernando de Noronha, PE). Em 2010, esse total passou a 5565²¹. Em 2017, esse número passou a 5570. A malha municipal do Brasil de 2017 era composta por 5572 geocódigos²² porque além dos 5568 municípios, do Distrito Federal (Brasília, DF) e do Distrito Estadual (Fernando de Noronha, PE), inclui ainda 2 áreas estaduais operacionais (Lagoa dos Patos e Lagoa Mirim, ambas no RS).

Para o cálculo do IDeA para o 5º ano, tanto para Língua Portuguesa e Matemática, ao se considerar as desigualdades por nível socioeconômico e gênero, foram analisados 5545 municípios, não tendo sido possível calcular o IDeA para 27 geocódigos existentes na malha municipal de 2017. Por sua vez, ao se considerar as desigualdades por raça, foram analisados 5539 municípios, não tendo sido possível calcular o IDeA para 33 geocódigos existentes na malha municipal de 2017.

20 Sobre o uso da técnica de imputação, cf. a Nota Técnica do IDeA

21 Nesses números, estão incluídos Brasília (DF) Fernando de Noronha (Distrito Estadual de Pernambuco). A evolução do número de municípios ao longo dos Censos Populacionais está documentada no estudo do IBGE Evolução da Divisão Territorial do Brasil, disponível em https://ww2.ibge.gov.br/home/geociencias/geografia/default_evolucao.shtm. Acesso em 13 de junho de 2019.

22 Sobre a malha municipal digital de 2017, cf: ftp://geoftp.ibge.gov.br/organizacao_do_territorio/malhas_territoriais/malhas_municipais/municipio_2017/ Acesso em 13 de junho de 2019

Neste ano escolar, não foi possível calcular nem o indicador de nível de aprendizagem, nem os indicadores de desigualdades para 27 geocódigos – 25 municípios e as 2 áreas estaduais operacionais. São eles:

Código	Nome	Estado
4300471	ALMIRANTE TAMANDARÉ DO SUL	RS
4300554	ALTO ALEGRE	RS
4302253	BOA VISTA DO SUL	RS
4304614	CANUDOS DO VALE	RS
4305835	COQUEIRO BAIXO	RS
4305934	CORONEL PILAR	RS
2504850	COXIXOLA	PB
4306551	DOM PEDRO DE ALCÂNTARA	RS
4308854	GENTIL	RS
4309126	GRAMADO DOS LOUREIROS	RS
4300002	LAGOA DOS PATOS	RS
4300001	LAGOA MIRIM	RS
4311643	LINHA NOVA	RS
4311791	MARATÁ	RS
4312625	MULITERNO	RS
4314548	PINTO BANDEIRA	RS
4314753	POÇO DAS ANTAS	RS
4314787	PONTE PRETA	RS
4315321	QUEVEDOS	RS
4315453	RELVADO	RS
4315552	RIO DOS ÍNDIOS	RS
4315958	ROLADOR	RS
4317251	SANTA TEREZA	RS
2210375	SAO LUIS DO PIAUÍ	PI
4320578	SETE DE SETEMBRO	RS
4321634	TRES ARROIOS	RS
4322350	UNIAO DA SERRA	RS

Ainda para o 5º ano, além dessas 27 unidades, não foi possível calcular o indicador de desigualdades por raça para outros 6 municípios. Nesses 6 outros municípios, esse componente do IDeA não pode ser calculado porque o número de alunos autotclassificados como pretos é muito pequeno. Por isso, não foi possível encontrar um conjunto de municípios que satisfizesse todos os critérios para compor, pela técnica de imputação de dados, a amostra mínima necessária para calcular o IDeA. São eles:

Código	Nome	Estado
4303400	CAIÇARA	RS
4308433	FORQUETINHA	RS
4313086	NOVA PÁDUA	RS
4313334	NOVA RAMADA	RS
3146602	PAIVA	MG
4219358	VITOR MEIRELES	SC

Para o cálculo do IDeA para o 9º ano, tanto para Língua Portuguesa e Matemática, ao se considerar as desigualdades por nível socioeconômico, foram analisados 5563 municípios, não tendo sido possível calcular o IDeA para 9 geocódigos existentes na malha municipal de 2017. Ao se considerar as desigualdades por gênero, foram analisados 5564 municípios, não tendo sido possível calcular o IDeA para 8 geocódigos existentes na malha municipal de 2017. Por sua vez, ao se analisar as desigualdades por raça, foram analisados 5558 municípios, não tendo sido possível calcular o IDeA para 14 geocódigos existentes na malha municipal de 2017.

No 9º ano, não foi possível calcular nem o indicador de nível de aprendizagem nem os indicadores de desigualdades para 8 geocódigos – 6 municípios e as 2 áreas estaduais operacionais –. Também para essas unidades, não há resultados da Prova Brasil. São elas:

Código	Nome	Estado
5201207	ANHANGUERA	GO

4301925	BARRA DO RIO AZUL	RS
4306353	DEZESSEIS DE NOVEMBRO	RS
4308854	GENTIL	RS
4300002	LAGOA DOS PATOS	RS
4300001	LAGOA MIRIM	RS
4319737	SAO VALÉRIO DO SUL	RS
4322350	UNIAO DA SERRA	RS

Além desses 6 municípios, não foi possível calcular o indicador de desigualdades por nível socioeconômico para 1 outro município. Isso ocorreu pois esse município não tinha em sua amostra nenhum aluno com NSE alto, não tendo sido possível, assim, pela técnica de imputação, agregar a ele informação de outros municípios e compor a amostra mínima para cálculo do IDeA. É ele:

Código	Nome	Estado
2202737	COIVARAS	PI

Também não foi possível calcular o indicador de desigualdades por raça para outros 6 municípios, pois eles não apresentavam nenhum aluno autotclassificado como preto na amostra de alunos, impedindo o uso da técnica de imputação de dados. São eles:

Código	Nome	Estado
4304853	CARLOS GOMES	RS
4305371	CHARRUA	RS
4304309	CÂNDIDO GODÓI	RS
4306551	DOM PEDRO DE ALCÂNTARA	RS
4215901	SAO BONIFÁCIO	SC
4319752	SAO VENDELINO	RS

Referências bibliográficas

- BOBBIO, N. *Igualdad y libertad*. Barcelona: Ed. Paidós Ibérica, 1993.
- FERNANDES, R. Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB). Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2007. Textos para Discussão n. 16. 26 p.
- KYMLICKA, W. *Les théories de la justice – une introduction*. Paris: La Découverte, 2003.
- LESEUR, A. Les théories de la justice distributive. Cahiers n. 2005-009. Paris: École Polytechnique et Centre National de la Recherche Scientifique, 2005.
- ROEMER, J. E. *Equality of Opportunity*. Cambridge: Harvard University Press, 1998.
- ROEMER, J. E.; TRANNOY, A. Equality of Opportunity: Theory and Measurement. *Journal of Economic Literature*. 54(4), p. 1288-1332, 2016.
- SOARES, J. F.; DELGADO, V. M. S. Medida das desigualdades de aprendizado entre estudantes de ensino fundamental. *Estudos em Avaliação Educacional* n. 27, 754–780, 2016.
- SOARES, J. F.; RODRIGUES, E. C.; DELGADO, V. M. S. *Measure of gap and inequalities in basic education students proficiencies*, 2018 (no prelo).
- SOARES, J. F.; XAVIER, F. P. *Pressupostos educacionais e estatísticos do IDEB*. *Educação e Sociedade*. vol. 34, n. 124, pp.903-923, Jul./Set. 2013.
- UNESCO Institute of Statistics. *Handbook on Measuring Equity in Education*. Montréal: UNESCO-UIS, 2018.
- UNESCO. *Educação 2030 – Declaração de Incheon e Marco de Ação para a implementação do Objetivo do Desenvolvimento Sustentável 4*. Incheon: UNESCO, 2015.
- UNESCO Institute of Statistics. *Handbook on Measuring Equity in Education*. Montréal: UNESCO-UIS, 2018.